

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Codez les 8 chiffres de votre code permanent ci-contre, et inscrivez-le à nouveau ci-dessous avec vos nom et prénom.

Code permanent :

Prénom :

Nom :

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse. Faites des croix (×) complètes à l'intérieur des cases (pas de ✓, pas de cercles).

Q1 Considérez la fonction vectorielle $\vec{r}(t) = (1, 1) + t(2, 3)$, $t \in \mathbb{R}$ dont l'image est une droite Δ . Parmi les points suivants, lequel est un point de Δ ?

(0, 0)
 (2, 3)

(4, 3)
 (-3, -5)

Q2♣ Soit C un cercle de rayon $r > 0$ et D une droite de vecteur directeur non nul \vec{u} dans le plan 2D. Parmi les scénarios suivants, indiquez **tous ceux qui sont possibles** pour l'intersection $C \cap D$.

$C \cap D$ contient une infinité de points
 $C \cap D$ est vide
 $C \cap D$ contient un seul point
 $C \cap D$ contient deux points

Q3 Quelles sont les coordonnées polaires du point dont les coordonnées cartésiennes sont $(-1, 1)$?

$(135^\circ : \sqrt{2})$
 $(-45^\circ : 2)$
 $(45^\circ : \sqrt{2})$
 $(-45^\circ : \sqrt{2})$

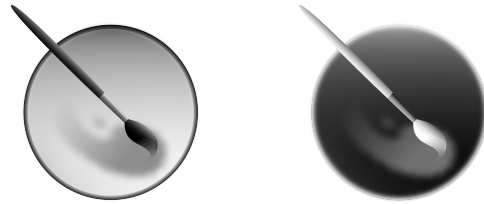
Q4 Quel format de fichier d'image a été créé en réaction à un problème de brevet sur l'algorithme de compression LZW ?

GIF
 SVG
 PNG
 JPEG

Q5 Soit C le maillage d'un cube primitif (par exemple le cube par défaut dans Blender). Soient v , e et f le nombre de sommets, d'arêtes et de faces de C respectivement. Que vaut $f + v - e$?

0
 -2
 4
 2

Q6 Considérez les deux images ci-bas, où l'image de droite est obtenue de celle de gauche en appliquant une transformation pixel à pixel \vec{T} .



Quelle est cette transformation parmi les suivantes ?

$\vec{T}(r, g, b) = ((r+g+b)/3, (r+g+b)/3, (r+g+b)/3)$
 $\vec{T}(r, g, b) = (1-r, 1-g, 1-b)$
 $\vec{T}(r, g, b) = (r+g, g+b, b+r)$
 $\vec{T}(r, g, b) = (\min(r, g, b), g, \max(r, g, b))$

Remarque : Même en tenant compte du fait que l'examen n'est pas imprimé en couleur, il y a une seule réponse possible.

Q7 Considérez une ellipse E de centre (h, k) et de rayons $a, b > 0$. Donnez le pseudocode d'une fonction

EMPLACEMENT(E : ellipse, P : point) : emplacement

qui retourne la valeur *intérieur* si le point P se trouve strictement à l'intérieur de E , la valeur *dessus* si le point P se trouve sur E et la valeur *extérieur* si P se trouve strictement à l'extérieur de E . Vous pouvez accéder aux variables h , k , a et b en utilisant la notation $E.h$, $E.k$, $E.a$ et $E.b$.

e pr c m n

Répondre au verso →

Solution de la question 7

Question. Considérez une ellipse E de centre (h, k) et de rayons $a, b > 0$. Donnez le pseudocode d'une fonction

EMPLACEMENT(E : ellipse, P : point) : emplacement

qui retourne la valeur *intérieur* si le point P se trouve strictement à l'intérieur de E , la valeur *dessus* si le point P se trouve sur E et la valeur *extérieur* si P se trouve strictement à l'extérieur de E . Vous pouvez accéder aux variables h, k, a et b en utilisant la notation $E.h, E.k, E.a$ et $E.b$.

Solution. Rappelons que l'équation de l'ellipse est

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Autrement dit, le point $P = (x, y)$ se trouve sur l'ellipse si et seulement s'il vérifie l'équation (1). En particulier, on remplace le symbole d'égalité $=$ par \leq ou \geq pour vérifier si le P se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur respectivement.

On obtient donc le pseudocode suivant :

```
1 : function EMBLACEMENT( $E$  : ellipse,  $P$  : point) : emplacement
2 :    $dx \leftarrow P.x - E.h$ 
3 :    $dy \leftarrow P.y - E.k$ 
4 :    $r \leftarrow (dx * dx)/(E.a * E.a) + (dy * dy)/(E.b * E.b)$ 
5 :   if  $r = 1$  then
6 :     return dessus
7 :   else if  $r < 1$  then
8 :     return intérieur
9 :   else
10 :    return extérieur
11 :  end if
12 : end function
```

Remarque 1. Certains d'entre vous avez effectué des vérifications *indépendantes* sur les valeurs de dx et de dy , ce qui est incorrect. La dépendance entre x et y est importante pour garantir que le point se trouve sur l'ellipse et cette dépendance est justement exprimée par l'équation.

Remarque 2. D'autres ont calculé une sorte de *moyenne* entre les rayons puis vérifié si la norme d'un vecteur obtenu par une construction était plus petite que 1. De la même façon qu'à la remarque précédente, cette façon de faire ne permet pas de vérifier si le point appartient à l'ellipse, mais plutôt à un cercle dont le rayon est la moyenne entre a et b . Il faut donc bien utiliser l'équation de l'ellipse.

Remarque 3. Notez que le cercle est un cas particulier d'une ellipse. Si on pose $a = b = r$, alors on retrouve l'équation du cercle en multipliant chaque membre de l'équation de l'ellipse par r^2 . En particulier, si on réfléchit au problème en appliquant une suite de transformations (une translation du centre de l'ellipse vers l'origine, suivie d'un changement d'échelle), on remarque qu'il s'agit de transformer P en un point $P' = (x', y')$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/b \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} (x-h)/a \\ (y-k)/b \end{bmatrix}$$

Il ne reste qu'à vérifier que le point P' vérifie l'équation du cercle $(x')^2 + (y')^2 = 1$ (ou les inéquations selon qu'on souhaite avoir l'intérieur ou l'extérieur).